Solución de Práctica de Prueba 2 de AE NM Set 4

Sección A

1. (a) (i) $r = 0{,}956518027$ A1

$r = 0{,}957$ A1

(ii) $a = 2{,}022727273$

$a = 2{,}02$ A1

$b = -75{,}9469697$

$b = -75{,}9$ A1

[4]

(b) La puntuación final aproximada

$= 2{,}022727273(84) - 75{,}9469697$ (A1) por sustitución

$= 93{,}96212123$

$= 94{,}0$ A1

[2]

2. (a) (i) $(3, -127)$ A2

(ii) $f(x) = 3(x-3)^2 - 127$ A2

[4]

(b) $3x^2 - 18x - 100 = -52$

$3x^2 - 18x - 48 = 0$ (A1) por ecuación correcta

$3(x+2)(x-8) = 0$

$x = -2$ o $x = 8$ A2

[3]

3. (a) $\mathrm{P}(W > m) = 0,087$

$m = 4,343908413$ (A1) por valor correcto

$m = 4,34$ A1

[2]

(b) $\mathrm{P}(W > 4,5 \mid W > 4,343908413)$

$= \dfrac{\mathrm{P}(W > 4,5 \cap W > 4,343908413)}{\mathrm{P}(W > 4,343908413)}$ (A1) por enfoque correcto

$= \dfrac{\mathrm{P}(W > 4,5)}{\mathrm{P}(W > 4,343908413)}$ M1

$= \dfrac{0,0630016205}{0,087}$ A1

$= 0,7241565576$

$= 0,724$ A1

[4]

4. (a) $(g \circ f)(x)$

$= 2(f(x))^2 - 5$ (A1) por sustitución

$= 2(e^x)^2 - 5$

$= 2e^{2x} - 5$ A1

[2]

(b) (i) $(g \circ f)(x) = x^3$

$2e^{2x} - 5 = x^3$

$2e^{2x} - 5 - x^3 = 0$ (A1) por ecuación correcta

Considerando la gráfica de

$y = 2e^{2x} - 5 - x^3$, $x = -1,702369$ o

$x = 0,4683121$ (*Rechazado*)

$\therefore x = -1,70$ A1

(ii) $f(\sqrt[3]{p}) = g^{-1}(p)$

$(g \circ f)(\sqrt[3]{p}) = (p)$ (M1) por enfoque válido

$\therefore \sqrt[3]{p} = -1,702369$ (A1) por enfoque correcto

$p = -4,933567865$

$p = -4,93$ A1

[5]

5. (a) La razón común r

$= \frac{3k^2 - 4k^3}{k^2}$ (M1) por enfoque válido

$= 3 - 4k$ A1

[2]

(b) S_∞ existe si $-1 < r < 1$. R1

$\therefore -1 < 3 - 4k < 1$ M1

$-1 < 4k - 3 < 1$

$2 < 4k < 4$ A1

$\frac{1}{2} < k < 1$ AG

[3]

(c) $800rS_\infty + 243 = 0$

$\therefore 800(3-4k)\left(\frac{k^2}{1-(3-4k)}\right) + 243 = 0$ (M1) por ecuación

$800(3-4k)k^2 + 243(4k-2) = 0$

Considerando la gráfica de

$y = 800(3-4k)k^2 + 243(4k-2)$,

$k = -0{,}492582$ (*Rechazado*),

$k = 0{,}3425823$ (*Rechazado*) o $k = 0{,}9$.

$\therefore k = 0{,}9$ A2

[3]

6. El término general

$= \binom{9}{r}\left(\frac{x}{h^2}\right)^{9-r}\left(-\frac{h}{x^2}\right)^r$ (M1) por expansión válida

$= \binom{9}{r}(-1)^r h^{3r-18}x^{9-3r}$

$9-3r=0$ (A1) por ecuación correcta

$3r=9$

$r=3$ (A1) por valor correcto

El término requerido

$= \binom{9}{3}(-1)^3 h^{3(3)-18}x^{9-3(3)}$

$= -\frac{84}{h^9}$ (A1) por término correcto

$-\frac{84}{h^9} = -\frac{21}{65536}$ (M1) por ecuación

$h^9 = 262144$

$h=4$ A1

[6]

Sección B

7. (a) La altura de la marea alta

$= 1,9 + 4,3$ — (M1) por enfoque válido

$= 6,2 \text{ m}$ — A1

[2]

(b) p es negativo ya que el primer punto de retorno es un punto mínimo. — R1

$p = -\dfrac{4,3}{2}$ — A1

$p = -2,15$ — AG

[2]

(c) (i) El periodo

$= 13,75 - 2,75$ — (M1) por enfoque válido

$= 11$ horas — (A1) por valor correcto

$\therefore q = \dfrac{2\pi}{11}$ — A1

(ii) $r = \dfrac{6,2+1,9}{2}$ — (M1) por enfoque válido

$r = 4,05$ — A1

[5]

(d) 4 de enero del 2021 implica $24 \le t < 48$. — (M1) por enfoque válido

$t = 13,75 + 3(11)$

$t = 46,75$ — (A1) por valor correcto

Por lo tanto, la hora es $22:45$. — A1

[3]

8. (a) $\mathrm{B\hat{A}C}$

$= \pi - 0,88 - 1,23$ (M1) por enfoque válido

$= 1,031592654$ A1

$$\frac{\mathrm{AB}}{\operatorname{sen} \mathrm{A\hat{C}B}} = \frac{\mathrm{BC}}{\operatorname{sen} \mathrm{B\hat{A}C}}$$ (M1) por regla del seno

$$\frac{\mathrm{AB}}{\operatorname{sen} 1,23} = \frac{20}{\operatorname{sen} 1,031592654}$$ (A1) por sustitución

$\mathrm{AB} = 21,96641928 \text{ cm}$

$\mathrm{AB} = 22,0 \text{ cm}$ A1

[5]

(b) (i) $\mathrm{AB}^2 = \mathrm{OA}^2 + \mathrm{OB}^2 - 2(\mathrm{OA})(\mathrm{OB}) \cos \mathrm{A\hat{O}B}$ M1

$\mathrm{AB}^2 = r^2 + r^2 - 2(r)(r) \cos \mathrm{A\hat{O}B}$ A1

$\mathrm{AB}^2 = 2r^2 - 2r^2 \cos \mathrm{A\hat{O}B}$

$\mathrm{AB}^2 = 2r^2 (1 - \cos \mathrm{A\hat{O}B})$ A1

$$r^2 = \frac{\mathrm{AB}^2}{2(1 - \cos \mathrm{A\hat{O}B})}$$ AG

(ii) $\mathrm{A\hat{O}B} = 2\mathrm{A\hat{C}B}$

$\mathrm{A\hat{O}B} = 2,46 \text{ rad}$ (A1) por valor correcto

$$\therefore r^2 = \frac{21,96641928^2}{2(1 - \cos 2,46)}$$ (A1) por sustitución

$r = 11,65341128$

$r = 11,7$ A1

[6]

(c) La suma requerida

$= \pi(11,65341128)^2 - \frac{1}{2}(21,96641928)(20) \operatorname{sen} 0,88$ M1A1

$= 257,3308144 \text{ cm}^2$

$= 257 \text{ cm}^2$ A1

[3]

9. (a) (i) $a_1(t)=\dfrac{20-30}{2-0}$ M1A1

$a_1(t)=-5$ AG

(ii) $v_1(t)=-5t+30$ A2

[4]

(b) La distancia total recorrida

$=\int_0^2 |v_1(t)|\,\mathrm{d}t$ (M1) por enfoque válido

$=\int_0^2 |-5t+30|\,\mathrm{d}t$ (A1) por fórmula correcta

$=50\text{ cm}$ A1

[3]

(c) (i) $v_2(2)=20$

$\therefore 20e^{b-0,2(2)}=20$ M1

$e^{b-0,4}=1$

$b-0,4=0$ A1

$b=0,4$ AG

(ii) $\int_2^c |v_2(t)|\,\mathrm{d}t=50$

$\int_2^c 20e^{0,4-0,2t}\mathrm{d}t=50$ (M1) por ecuación

$$\boxed{\begin{array}{l}\text{Sea } u=0,4-0,2t\\ \dfrac{\mathrm{d}u}{\mathrm{d}t}=-0,2\Rightarrow -100\mathrm{d}u=20\mathrm{d}t\\ t=c\Rightarrow u=0,4-0,2c\\ t=2\Rightarrow u=0,4-0,2(2)=0\end{array}}$$

(A1) por sustitución

$\int_0^{0,4-0,2c} -100e^u\mathrm{d}u=50$ A1

$\left[-100e^u\right]_0^{0,4-0,2c}=50$

$e^{0,4-0,2c}-e^0=-0,5$ (M1) por sustitución

$e^{0,4-0,2c}=0,5$

$0,4-0,2c=\ln 0,5$

$0,4-\ln 0,5=0,2c$

$c=5,465735903$

$c=5,47$ A1

[7]