Solución de Práctica de Prueba 1 de AE NM Set 4

Sección A

1. (a) El área de la región sombreada

$= \frac{1}{2}(20)^2(1,5)$ (A1) por sustitución

$= 300 \text{ cm}^2$ A1

[2]

(b) La longitud de arco ABC

$= (20)(1,5)$ (A1) por sustitución

$= 30 \text{ cm}$ A1

[2]

(c) El perímetro requerido

$= 2\pi(20) - 30 + 20 + 20$ (M1) por enfoque válido

$= (40\pi + 10) \text{ cm}$ A1

[2]

2. (a) $\log_4 64$

$= \log_4 4^3$ (A1) por enfoque correcto

$= 3$ A1

[2]

(b) $\log_{12} 36 + \log_{12} 4$

$= \log_{12} 144$ (A1) por enfoque correcto

$= \log_{12} 12^2$

$= 2$ A1

[2]

(c) $\log_2 11 - \log_2 88$

$= \log_2 \frac{1}{8}$ (A1) por enfoque correcto

$= \log_2 2^{-3}$

$= -3$ A1

[2]

3. (a) $f'(x) = 3e^{3x+1}$ A1

$f''(x) = 9e^{3x+1}$ A1

$f^{(3)}(x) = 27e^{3x+1}$ A1

[3]

(b) $f^{(n)}(x) = 3^n e^{3x+1}$ A3

[3]

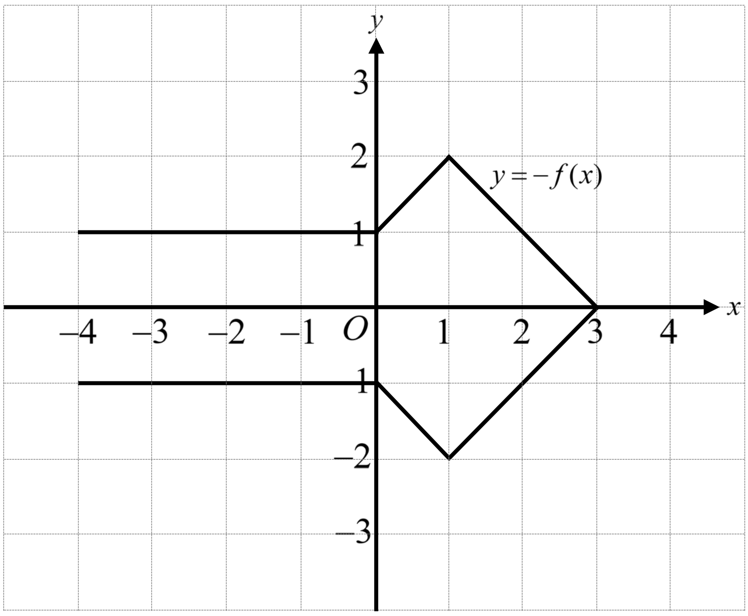
(c) $f^{(6)}\left(-\frac{1}{3}\right) = 729$ A1

[1]

4. (a) Por correcta ubicación de la intersección con ambos ejes A1

Por correcta ubicación de los puntos $(-4, 1)$ y $(1, 2)$ A1

[2]



(b) $p = 2$ A2

$q = -1$ A2

[4]

5. (a) $u_9 = 6\ln 2$

$\therefore \ln 0{,}25 + (9-1)(\ln D) = 6\ln 2$ (A1) por ecuación correcta

$\ln 0{,}25 + 8\ln D = \ln 64$ (A1) por enfoque correcto

$8\ln D = \ln 64 - \ln 0{,}25$

$8\ln D = \ln 256$ (A1) por enfoque correcto

$8\ln D = \ln 2^8$ (M1) por enfoque válido

$8\ln D = 8\ln 2$

$\therefore D = 2$ A1

[5]

(b) La suma de los primeros siete términos

$= \frac{7}{2}\left[2\ln 0{,}25 + (7-1)(\ln 2)\right]$ (A1) por sustitución

$= 7\ln 2^{-2} + 21\ln 2$ A1

$= -14\ln 2 + 21\ln 2$

$= 7\ln 2$ A1

[3]

6. (a) $a = 2(-\operatorname{sen}\pi t)(\pi) + 0$ (A1) por derivadas correctas

$a = -2\pi\operatorname{sen}\pi t$ A1

[2]

(b) $s = \int (2\cos\pi t + \pi)\mathrm{d}t$ (M1) por integral indefinida

$s = \int 2\cos\pi t\mathrm{d}t + \int \pi\mathrm{d}t$

$\boxed{\begin{array}{l}\text{Sea } u = \pi t \\ \frac{\mathrm{d}u}{\mathrm{d}t} = \pi \Rightarrow \frac{1}{\pi}\mathrm{d}u = \mathrm{d}t\end{array}}$ (A1) por sustitución

$s = \int \frac{2}{\pi}\cos u\mathrm{d}u + \int \pi\mathrm{d}t$

$s = \frac{2}{\pi}\operatorname{sen} u + \pi t + C$ A1

$s = \frac{2}{\pi}\operatorname{sen}\pi t + \pi t + C$

$\therefore -3 = \frac{2}{\pi}\operatorname{sen} 0 + 0 + C$ (M1) por sustitución

$C = -3$

$\therefore s = \frac{2}{\pi}\operatorname{sen}\pi t + \pi t - 3$ A1

[5]

Sección B

7. (a) $x - 4 = 7$ — (M1) por enfoque válido

$x = 11$ — A1

[2]

(b) El número de personas

$= \frac{20+40}{4}$ — (M1) por enfoque válido

$= 15$ — A1

[2]

(c) La media de horas

$= \frac{120}{20}$ — (M1) por sustitución

$= 6$ — A1

[2]

(d) (i) El total de horas

$= (60)(9)$ — (M1) por enfoque válido

$= 540$ — A1

(ii) La media de horas

$= \frac{540-120}{40}$ — (M1)(A1) por enfoque correcto

$= 10,5$ — A1

[5]

(e) (i) La media requerida

$= 10,5 + 1,5$ — (M1) por enfoque válido

$= 12$ — A1

(ii) La varianza requerida

$= 2^2$ — (M1)(A1) por enfoque correcto

$= 4$ — A1

[5]

8. (a) (i) La probabilidad requerida

$$=\frac{3}{n}$$ A1

(ii) La probabilidad requerida

$$=\left(\frac{n-3}{n}\right)\left(\frac{n-4}{n-1}\right)\left(\frac{3}{n-2}\right)$$ (A1) por enfoque correcto

$$=\frac{3(n-3)(n-4)}{n(n-1)(n-2)}$$ A1

[3]

(b) La probabilidad requerida

$$=\left(\frac{7}{10}\right)\left(\frac{6}{9}\right)\left(\frac{5}{8}\right)\left(\frac{3}{7}\right)$$ (A1) por enfoque correcto

$$=\frac{1}{8}$$ A1

[2]

(c) El juego es justo si la ganancia esperada es cero, lo que equivale a que la cantidad de dinero recibida de vuelta sea $10\$$. R1

$$\therefore\left(\frac{3}{10}\right)(10)+\left(\left(\frac{7}{10}\right)\left(\frac{3}{9}\right)\right)(10)$$

$$+\left(\left(\frac{7}{10}\right)\left(\frac{6}{9}\right)\left(\frac{3}{8}\right)\right)(25x)+\left(\frac{1}{8}\right)(21x)$$ M1A2

$$+\left(1-\frac{3}{10}-\left(\frac{7}{10}\right)\left(\frac{3}{9}\right)-\left(\frac{7}{10}\right)\left(\frac{6}{9}\right)\left(\frac{3}{8}\right)-\frac{1}{8}\right)(0)=10$$

$$3+\frac{7}{3}+\frac{35}{8}x+\frac{21}{8}x=10$$ M1A1

$$7x=\frac{14}{3}$$ A1

$$x=\frac{2}{3}$$ AG

[7]

9. (a) $f'(x)=\left(\dfrac{1}{x^2+4}\right)(2x+0)$ (A2) por derivadas correctas

$f'(2)=\dfrac{2(2)}{2^2+4}$ (M1) por sustitución

$f'(2)=\dfrac{1}{2}$ A1

[4]

(b) (i) 2 A1

(ii) 1 A1

[2]

(c) $h(x)=(f\circ g)(x)$

$h(x)=f(g(x))$

$h'(x)=f'(g(x))\cdot g'(x)$ (A1) por regla de la cadena

La pendiente de la tangente

$=h'(5)$

$=f'(g(5))\cdot g'(5)$

$=f'(2)\cdot g'(5)$ (M1) por enfoque válido

$=\left(\dfrac{1}{2}\right)(1)$

$=\dfrac{1}{2}$ A1

$h(5)=f(g(5))$

$h(5)=f(2)$ (M1) por enfoque válido

$h(5)=\ln(2^2+4)$

$h(5)=\ln 8$

La ecuación de la tangente:

$y-\ln 8=\dfrac{1}{2}(x-5)$ A1

$y-\ln 8=\dfrac{1}{2}x-\dfrac{5}{2}$

$y=\dfrac{1}{2}x+\left(\ln 8-\dfrac{5}{2}\right)$ A1

[6]