Análisis y Enfoques Nivel Medio para las Matemáticas del PD del IB Prueba de Práctica Set 1 – Prueba 1 (90 Minutos)

Libro de Preguntas – Respuestas

Instrucciones

1. Esta prueba consta de **DOS** secciones: A y B.

2. Conteste **TODAS** las preguntas. Escriba sus respuestas en los espacios provistos por este Libro de Preguntas - Respuestas.

3. No se permite el uso de ninguna calculadora.

4. Se le sugiere preparar un folleto de fórmulas de Análisis y Enfoques para las Matemáticas del PD del IB cuando intente responder las preguntas.

5. Se entregarán las hojas de respuestas y papeles gráficos adicionales a pedido.

6. Salvo que se indique lo contrario, **TODO** el trabajo debe mostrarse claramente.

7. Salvo que se indique lo contrario en la pregunta, las respuestas numéricas deberán ser **EXACTAS** o aproximadas con **TRES CIFRAS SIGNIFICATIVAS**.

8. Los diagramas de este documento **NO** están necesariamente dibujados a escala.

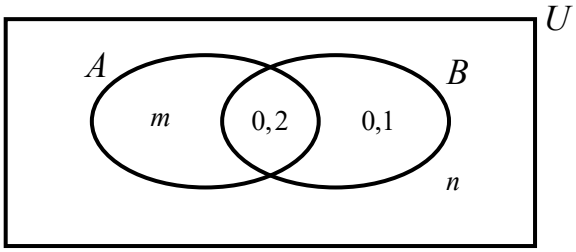
9. Información que debe leerse antes de comenzar el examen:

	Solo para uso del Marcador	Solo para uso del Examinador	
Número de Pregunta	**Puntos**	**Puntos**	**Puntuación Máxima**
Sección A			
1			**6**
2			**6**
3			**5**
4			**6**
5			**8**
6			**8**
Sección A Total			**39**
Sección B			
7			**15**
8			**14**
9			**12**
Sección B Total			**41**
Total			
Prueba 1 Total			**80**

© SE Production Limited
Todos los Derechos Reservados 2021

Sección A (39 puntos)

1. El siguiente diagrama de Venn muestra los eventos A y B, donde $\mathrm{P}(A) = 0,6$. Los valores en el diagrama son probabilidades.



(a) Halle m.

[2]

(b) Halle n.

[2]

(c) Halle $\mathrm{P}(B')$.

[2]

© SE Production Limited
Todos los Derechos Reservados 2021

2. Un conjunto de datos consta de 15 elementos. La suma de estos elementos es igual a 300.

(a) Halle la media.

[2]

La varianza de este conjunto de datos es 9. Cada uno de los valores del conjunto se multiplica por -2.

(b) (i) Escriba el valor de la media nueva.

(ii) Halle el valor de la varianza nueva.

(iii) A partir de lo anterior, escriba el valor de la desviación típica nueva.

[4]

© SE Production Limited
Todos los Derechos Reservados 2021

3. La recta L_1 pasa por los puntos $(8, 0)$ y $(24, 32)$.

(a) Halle la ecuación de L_1, dando su respuesta en la forma general.

[3]

(b) La ecuación de otra recta, L_2, se da como $x - ay + 2021 = 0$, $a \in \mathbb{R}$. Si L_1 y L_2 son perpendiculares, halle a.

[2]

© SE Production Limited
Todos los Derechos Reservados 2021

4. (a) Muestre que $(2n+1)^2+(2n+3)^2+(2n+5)^2=3(4n^2+12n+11)+2$, donde $n \in \mathbb{Z}$.

[3]

(b) A partir de lo anterior, o de otra forma, pruebe que la suma de los cuadrados de tres números impares consecutivos cualesquiera es mayor que un múltiplo de 3 por 2.

[3]

© SE Production Limited
Todos los Derechos Reservados 2021

5. Sea $f(x) = px^3 + qx^2 - 2x + 1$. En $x = 1$, la pendiente de la recta normal a la curva de f es $-\frac{1}{15}$. Se sabe que $f^{-1}(41) = 2$, halle los valores de p y de q.

[8]

© SE Production Limited
Todos los Derechos Reservados 2021

6. La ecuación $kx^2 + (8+k)x - 1 = 0$ no tiene raíces reales. Halle los posibles valores de k.

[8]

© SE Production Limited
Todos los Derechos Reservados 2021

Sección B (41 puntos)

7. Una caja rectangular tiene longitud $4x\ \text{cm}$, ancho $2x\ \text{cm}$ y altura $y\ \text{cm}$, donde $x,\ y > 0$. Se sabe que la suma de la longitud y la altura de la caja rectangular es $20\ \text{cm}$.

(a) Escriba una expresión para y en términos de x.

[1]

(b) Exprese V en términos de x, donde $V\ \text{cm}^3$ es el volumen de la caja rectangular.

[2]

(c) Halle $\frac{\mathrm{d}V}{\mathrm{d}x}$.

[2]

(d) Halle el valor de x para el cual V alcanza su máximo valor, justifique su respuesta.

[7]

(e) A partir de lo anterior, halle el volumen máximo.

[2]

(f) Escriba la altura de la caja rectangular para el cual V alcanza su máximo.

[1]

© SE Production Limited
Todos los Derechos Reservados 2021

© SE Production Limited
Todos los Derechos Reservados 2021

© SE Production Limited
Todos los Derechos Reservados 2021

8. Sea $f(x) = \cos^4 x$, $x \in \mathbb{R}$.

(a) (i) Escriba el rango de la función f.

(ii) Considere $f(x) = 1$, $0 \le x \le 2\pi$. Halle el número de soluciones para esta ecuación.

[5]

(b) Halle $f'(x)$, dando su respuesta en la forma $a \operatorname{sen}^p x \cos^q x$ donde a, p, $q \in \mathbb{Z}$.

[2]

(c) Sea $g(x) = 2 \operatorname{sen} x$ con $0 \le x \le \pi$. Halle el área total de las regiones delimitadas por la gráfica de $y = f(x)g(x)$ y el eje x.

[7]

© SE Production Limited
Todos los Derechos Reservados 2021

© SE Production Limited
Todos los Derechos Reservados 2021

© SE Production Limited
Todos los Derechos Reservados 2021

9. La gráfica de f viene dada por $f(t) = a\,\text{sen}\,b(t-c)+d$, $a>0$, $t \geq 0$.

Para $t=2$, se tiene un valor máximo de 37, en P. Cuando $t=11$, se tiene un valor mínimo de -5. La gráfica de f es estrictamente decreciente en $2<t<11$.

(a) (i) Muestre que $a=21$.

(ii) Halle el valor exacto de b.

(iii) Halle el valor de d.

(iv) Escriba un posible valor de c.

[7]

La gráfica de f es transformada a la gráfica de g mediante un estiramiento horizontal de factor 3, seguida de una translación de $\begin{pmatrix} 17 \\ 8 \end{pmatrix}$. Sea P' la imagen de P.

(b) Halle las coordenadas de P'.

[2]

La gráfica de g es transformada en la gráfica h mediante la translación dada por $\begin{pmatrix} -5 \\ 12 \end{pmatrix}$.

(c) De una descripción geométrica completa de la transformación que mapea la gráfica de h a la gráfica de f.

[3]

© SE Production Limited
Todos los Derechos Reservados 2021

© SE Production Limited
Todos los Derechos Reservados 2021

FIN DE LA PRUEBA

© SE Production Limited
Todos los Derechos Reservados 2021