Solución de Práctica de Prueba 2 de AI NS Set 2

1. (a) $7(98)+24f-2990=0$ (M1) por ecuación

$24f=2304$

$f=96$ A1

[2]

(b) $-\dfrac{7}{24}$ A1

[1]

(c) (i) El gradiente de DE

$=-1\div-\dfrac{7}{24}$ (M1) por enfoque válido

$=\dfrac{24}{7}$ A1

(ii) La ecuación de DE:

$y-10=\dfrac{24}{7}(x-125)$ M1A1

$7y-70=24(x-125)$ A1

$7y-70=24x-3000$

$24x-7y-2930=0$ AG

[5]

(d) $(146, 82)$ A2

[2]

(e) Las coordenadas del punto medio de CD

$=\left(\dfrac{50+146}{2}, \dfrac{110+82}{2}\right)$ M1A1

$=(98, 96)$

Por lo tanto, F es el punto medio de CD. AG

[2]

(f) La longitud de DE

$=\sqrt{(146-125)^2+(82-10)^2}$ (A1) por sustitución

$=75$ A1

[2]

(g) El área del triángulo CDE

$= \dfrac{(75)(100)}{2}$ (M1) por enfoque válido

$= 3750 \text{ m}^2$ A1

[2]

(h) El área total

$= 3750 + \dfrac{(\mathrm{BC} + \mathrm{AE})(\mathrm{AB})}{2}$ (M1)(A1) por enfoque correcto

$= 3750 + \dfrac{(40 + 115)(100)}{2}$ (A1) por sustitución

$= 11500 \text{ m}^2$ A1

[4]

2. (a) $H_1:\ \mu_1 > \mu_2$ A1

[1]

(b) $\text{valor } p = 0,0231895114$ (A1) por valor correcto

$\text{valor } p = 0,0232$ A1

[2]

(c) La hipótesis nula se rechaza. A1

Pues $\text{valor } p < 0,05$. R1

[2]

(d) (i) La probabilidad requerida

$= \left(\frac{5}{10}\right)\left(\frac{2}{9}\right)$ (A1) por fórmula correcta

$= \frac{1}{9}$ A1

(ii) La probabilidad requerida

$= \left(\frac{5}{10}\right)\left(\frac{2}{9}\right) + \left(\frac{5}{10}\right)\left(\frac{7}{9}\right) + \left(\frac{5}{10}\right)\left(\frac{2}{9}\right)$ (A1) por fórmula correcta

$= \frac{11}{18}$ A1

[4]

(e) H_1: La edad y la preferencia de lectura no son independientes. A1

[1]

(f) 4 A1

[1]

(g) $\chi^2_{calc} = 53,64204545$ (A1) por valor correcto

$\chi^2_{calc} = 53,6$ A1

[2]

(h) La hipótesis nula se rechaza. A1

Pues $\chi^2_{calc} > 13,277$. R1

[2]

3. (a) $f'(x) = -3x^2 + b(2x) - 432(1) + 0$ (A1) por derivadas correctas

$f'(x) = -3x^2 + 2bx - 432$

$f'(8) = 0$ (M1) por ecuación

$\therefore -3(8)^2 + 2b(8) - 432 = 0$ (A1) por sustitución

$16b = 624$

$b = 39$ A1

[4]

(b) (i) 984 A1

(ii) $(18, 1484)$ A2

[3]

(c) $8 < x < 18$ A2

[2]

(d) (i) $984 < k < 1484$ A2

(ii) $k \leq 984$ o $k \geq 1484$ A2

[4]

(e) $C(x) = -x^3 + 39x^2 - 432x + 2456$

$C(8) = 984$

$C(25)$

$= -25^3 + 39(25)^2 - 432(25) + 2456$ A1

$= 406$

$C(8) > C(25)$ R1

Por lo tanto, el costo medio alcanza su mínimo cuando se fabrican 25000 relojes inteligentes. AG

[2]

(f) $C(x) \leq 984$ (M1) por inecuación

$-x^3 + 39x^2 - 432x + 2456 \leq 984$

$-x^3 + 39x^2 - 432x + 1472 \leq 0$

Considerando la gráfica de

$y = -x^3 + 39x^2 - 432x + 1472$, $x = 8$ o $x \geq 23$.

Por lo tanto, el rango de valores de x es $x = 8$ o $23 \leq x \leq 25$. A2

[3]

4. (a) La velocidad inicial

$= v(0)$

$= -0,5(0-5)^3$ (M1) por sustitución

$= 62,5 \text{ ms}^{-1}$ A1

[2]

(b) $v(t) = -13,5$ (M1) por ecuación

$-0,5(t-5)^3 = -13,5$

$(t-5)^3 = 27$

$t - 5 = 3$ (A1) por enfoque correcto

$t = 8$ A1

[3]

(c) La distancia total recorrida

$= \int_0^{10} |v(t)| \, \mathrm{d}t$ (M1) por enfoque válido

$= \int_0^{10} \left| -0,5(t-5)^3 \right| \mathrm{d}t$ (A1) por sustitución

$= 156,25 \text{ m}$ A1

[3]

(d) $a(t) = v'(t)$

$a(t) = -0,5(3)(t-5)^2(1)$ (A1) por enfoque correcto

$a(t) = -1,5(t-5)^2$ A1

[2]

(e) $v(t) \geq 0$ y $a(t) \geq 0$

Considerando las gráficas de $y = -0,5(t-5)^3$ y

$y = -1,5(t-5)^2$, $0 \leq t \leq 5$ y $t = 5$. R2

$\therefore t = 5$ A1

[3]

(f) $s(t) = \int v(t) \mathrm{d}t$

$s(t) = \int -0,5(t-5)^3 \mathrm{d}t$ (A1) por enfoque correcto

$s(t) = -0,125(t-5)^4 + C$ A1

$-78 = -0,125(0-5)^4 + C$ (M1) por sustitución

$C = 0,125$

$\therefore s(t) = -0,125(t-5)^4 + 0,125$ A1

[4]

5. (a) $L_1:\begin{cases} x=3+2t \\ y=6-6t \\ z=9-2t \end{cases}$, $L_2:\begin{cases} x=1+3s \\ y=-2-2s \\ z=3+s \end{cases}$ M1

$9-2t=3+s$

$s=6-2t$

$3+2t=1+3s$

$\therefore 3+2t=1+3(6-2t)$ M1

$3+2t=19-6t$

$8t=16$

$t=2$

$\therefore s=6-2(2)=2$ A1

$\begin{cases} x=3+2(2)=7 \\ y=6-6(2)=-6 \\ z=9-2(2)=5 \end{cases}$ M1

Por lo tanto, las coordenadas de C son $(7,-6,5)$. AG

[4]

(b) $(3\mathbf{i}-2\mathbf{j}+\mathbf{k})\cdot\mathbf{k}=|3\mathbf{i}-2\mathbf{j}+\mathbf{k}||\mathbf{k}|\cos\theta$ (M1) por enfoque válido

$(3)(0)+(-2)(0)+(1)(1)=(\sqrt{3^2+(-2)^2+1^2})(1)\cos\theta$ (A1) por enfoque correcto

$1=\sqrt{14}\cos\theta$

$\cos\theta=\frac{1}{\sqrt{14}}$

$\theta=1{,}300246564\text{ rad}$

$\theta=1{,}30\text{ rad}$ A1

[3]

(c) (i) $\overrightarrow{CA} = 6\mathbf{i} - 18\mathbf{j} - 6\mathbf{k}$ A1

(ii) $\overrightarrow{CB} = 9\mathbf{i} - 6\mathbf{j} + 3\mathbf{k}$ A1

(iii) El área requerido

$= \frac{1}{2}\left|\overrightarrow{CA} \times \overrightarrow{CB}\right|$ (M1) por enfoque válido

$= \frac{1}{2}\left|\begin{pmatrix} (-18)(3) - (-6)(-6) \\ (-6)(9) - (6)(3) \\ (6)(-6) - (-18)(9) \end{pmatrix}\right|$ (A1) por sustitución

$= \frac{1}{2}\left|-90\mathbf{i} - 72\mathbf{j} + 126\mathbf{k}\right|$

$= \frac{1}{2}\sqrt{(-90)^2 + (-72)^2 + 126^2}$

$= 85,38149682$

$= 85,4$ A1

[5]

(d) 171 A1

[1]

6. (a) El circuito euleriano no existe. A1
Pues no todos los vértices son de grado par. R1

[2]

(b) BC A1

[1]

(c) Por tres bordes cualesquiera correctos A1
Por todos los bordes correctos A1

1. Elegir BC de peso 6
2. Elegir BG de peso 10
3. Elegir GE de peso 11
4. Elegir EF de peso 9
5. Elegir AB de peso 17
6. Elegir ED de peso 19

Por lo tanto, el árbol mínimo de distribución es un árbol que contiene BC, BG, GE, EF, AB y ED. A1

[3]

(d) 72 A1

[1]

(e) Por tres bordes cualesquiera correctos A1
Por todos los bordes correctos A1

1. Elegir GB de peso 10
2. Elegir BC de peso 6
3. Elegir CD de peso 21
4. Elegir DE de peso 19
5. Elegir EF de peso 9
6. Elegir FA de peso 18
7. Elegir AG de peso 26

Por lo tanto, el límite superior requerido es 109. A1

[3]

(f) Por tres bordes cualesquiera correctos A1
Por todos los bordes correctos A1

1. Elegir BC de peso 6
2. Elegir EF de peso 9
3. Elegir AB de peso 17
4. Elegir AF de peso 18
5. Elegir DE de peso 19

Por lo tanto, el peso mínimo de un árbol de expansión después de eliminar el vértice G es 69. A1

El límite inferior requerido
$= 69 + 10 + 11$
$= 90$ A1

[4]

7. (a) El polinomio característico de $\mathbf{M}$

$$= \det(\mathbf{M} - \lambda\mathbf{I})$$

$$= \begin{vmatrix} \frac{5}{3} - \lambda & \frac{4}{3} \\ -\frac{2}{3} & -\frac{1}{3} - \lambda \end{vmatrix}$$

(M1) por enfoque válido

$$= \left(\frac{5}{3} - \lambda\right)\left(-\frac{1}{3} - \lambda\right) - \left(\frac{4}{3}\right)\left(-\frac{2}{3}\right)$$

$$= -\frac{5}{9} - \frac{4}{3}\lambda + \lambda^2 + \frac{8}{9}$$

$$= \lambda^2 - \frac{4}{3}\lambda + \frac{1}{3}$$

A1

[2]

(b) $\lambda_1 = \frac{1}{3}$, $\lambda_2 = 1$ A2

[2]

(c) $\mathbf{v}_1 = \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \end{pmatrix}$, $\mathbf{v}_2 = \begin{pmatrix} 1 \\ -\frac{1}{2} \end{pmatrix}$ A2

[2]

(d) (i) $\begin{pmatrix} 1 & 1 \\ -1 & -\frac{1}{2} \end{pmatrix}$ A1

(ii) $\begin{pmatrix} \left(\frac{1}{3}\right)^n & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$ A2

[3]

(e) $\mathbf{M}^n$

$$= \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ -1 & -\frac{1}{2} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \left(\frac{1}{3}\right)^n & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ -1 & -\frac{1}{2} \end{pmatrix}^{-1}$$

$$= \begin{pmatrix} \left(\frac{1}{3}\right)^n & 1 \\ -\left(\frac{1}{3}\right)^n & -\frac{1}{2} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ -1 & -\frac{1}{2} \end{pmatrix}^{-1}$$ A1

$$= \begin{pmatrix} \left(\frac{1}{3}\right)^n & 1 \\ -\left(\frac{1}{3}\right)^n & -\frac{1}{2} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} -1 & -2 \\ 2 & 2 \end{pmatrix}$$ (A1) por enfoque correcto

$$= \begin{pmatrix} -\left(\frac{1}{3}\right)^n + 2 & -2\left(\frac{1}{3}\right)^n + 2 \\ \left(\frac{1}{3}\right)^n - 1 & 2\left(\frac{1}{3}\right)^n - 1 \end{pmatrix}$$ A1

[3]

(f) $\lim_{n \to \infty} g(n) = 2$ A1

[1]