Solución de Práctica de Prueba 2 de AE NM Set 3

Sección A

1. (a) $x = 3$ A2

[2]

(b) La intersección con el eje y

$= \frac{4}{3-0} + \frac{2}{3}e^0$ (M1) por enfoque válido

$= \frac{4}{3} + \frac{2}{3}$

$= 2$ A1

[2]

(c) $f'(2) = 8,9260422$ A1

$f'(2) = 8,93$ A1

[2]

2. (a) (i) 6 A1

(ii) 6 A1

(iii) El rango

$= 18 - 3$ (M1) por enfoque válido

$= 15$ A1

[4]

(b) (i) La media

$= \frac{(3)(12) + (6)(20) + (9)(12) + (12)(8) + (15)(4) + (18)(4)}{12 + 20 + 12 + 8 + 4 + 4}$ (M1) por enfoque válido

$= 8,2$ A1

(ii) La varianza

$= 4,308131846^2$ (M1) por enfoque válido

$= 18,6$ A1

[4]

3. La razón común

$= \dfrac{9600}{12000}$ (M1) por enfoque válido

$= 0,8$ A1

$u_n > 96$ (M1) por inecuación

$\therefore 12000 \times 0,8^{n-1} > 96$ A1

$12000 \times 0,8^{n-1} - 96 > 0$

Considerando la gráfica de $y = 12000 \times 0,8^{n-1} - 96$,

$n < 22,637702$. (M1) por enfoque válido

Por lo tanto, el mayor valor de n es 22. A1

[6]

4. (a) $f(x) = g(x)$

$\pi e^{-x^2} = 1 + \dfrac{1}{\pi e^{-x^2}}$ (M1) por ecuación

$\pi e^{-x^2} - 1 - \dfrac{e^{x^2}}{\pi} = 0$

Considerando la gráfica de $y = \pi e^{-x^2} - 1 - \dfrac{e^{x^2}}{\pi}$,

$x = -0,814566$ o $x = 0,8145662$.

$\therefore a = -0,815$, $b = 0,815$ A2

[3]

(b) El área requerido

$= \int_{-0,814566}^{0,8145662} (f(x) - g(x))\mathrm{d}x$ (A1) por integral correcta

$= \int_{-0,814566}^{0,8145662} \left(\pi e^{-x^2} - 1 - \dfrac{e^{x^2}}{\pi} \right)\mathrm{d}x$

$= 1,890606422$ (A1) por valor correcto

$= 1,89$ A1

[3]

5. (a) (i) $\frac{1}{2}$ A1

(ii) 3 A1

(iii) -4 A1

[3]

(b) Las coordenadas de P'

$= \left(\frac{2}{2} + 3, -5(8-4)\right)$ (A2) por enfoque correcto

$= (4, -20)$ A2

[4]

6. Sea H la altura (en cm) de un árbol.

$\mathrm{P}(H < 400) = 0,2119$

$\mathrm{P}\left(Z < \frac{400-\mu}{25}\right) = 0,2119$ (M1) por estandarización

$\frac{400-\mu}{25} = -0,7998460519$ A1

$400 - \mu = -19,9961513$

$\mu = 419,9961513$ A1

$\mathrm{P}(H > 394) = 0,8507942645$ (A1) por valor correcto

$\therefore \mathrm{P}(H > 394 + r) = 0,8507942645 - 0,5$ A1

$\mathrm{P}(H > 394 + r) = 0,3507942645$

$394 + r = 429,5755765$ (A1) por valor correcto

$r = 35,5755765$

$r = 35,6$ A1

[7]

Sección B

7. (a) $a = -0,0807147258$

$a = -0,0807$ A1

$b = 3,177202711$

$b = 3,18$ A1

[2]

(b) $\log y = -0,0807147258\sqrt{9} + 3,177202711$ (M1) por enfoque válido

$\log y = 2,935058534$

$y = 10^{2,935058534}$ (M1) por enfoque válido

$y = 861,1098035$

$y = 861$ A1

[3]

(c) $\log y = -0,0807147258\sqrt{x} + 3,177202711$

$y = 10^{-0,0807147258\sqrt{x}+3,177202711}$ (M1) por enfoque válido

$y = 10^{-0,0807147258\sqrt{x}} \cdot 10^{3,177202711}$ (A1) por enfoque correcto

$y = 10^{3,177202711} \cdot (10^{-0,0807147258})^{\sqrt{x}}$ A1

$k = 10^{3,177202711}$ (A1) por enfoque correcto

$k = 1503,843735$

$k = 1500$ A1

$m = 10^{-0,0807147258}$ (A1) por enfoque correcto

$m = 0,8303960491$

$m = 0,830$ A1

[7]

8. (a) (i) Considerando la gráfica de

$y = \operatorname{sen}\left(\frac{\pi}{6}x\right) - \cos\left(\frac{\pi}{6}x\right)$, las

coordenadas del punto máximo y mínimo son $(4,5000008; 1,4142136)$ y $(10,500001; -1,414214)$ respectivamente. (A2) por enfoque correcto

Por lo tanto, la función es creciente cuando $0 \le x < 4,50$ o $10,5 < x \le 12$. A2

(ii) $4,50 < x < 10,5$ A1

[5]

(b) (i) $a = \frac{1,4142136 - (-1,414214)}{2}$ (M1) por enfoque válido

$a = 1,4142138$

$a = 1,41$ A1

(ii) Note que $f(0) = -1$.

$-1 = 1,4142138\operatorname{sen}\left(\frac{\pi}{6}(0+h)\right)$ (M1) por ecuación

$-0,7071066624 = \operatorname{sen}\left(\frac{\pi}{6}h\right)$ (A1) por enfoque correcto

$\frac{\pi}{6}h = 5,497787312$ o $-0,7853979954$ (A1) por enfoque correcto

$h = 10,50000032$ (*Rechazado*) o

$h = -1,499999679$ A1

$\therefore h = -1,50$ A1

[7]

9. (a) $\cos\theta = \dfrac{\text{AB}}{r}$

$\text{AB} = r\cos\theta$ A1

[1]

(b) $\operatorname{sen}\theta = \dfrac{\text{AE}}{r}$

$\text{AE} = r\operatorname{sen}\theta$ A1

El área del triangulo ABE

$= \dfrac{(\text{AB})(\text{AE})}{2}$

$= \dfrac{(r\cos\theta)(r\operatorname{sen}\theta)}{2}$ M1

$= \dfrac{1}{2}r^2\operatorname{sen}\theta\cos\theta$ A1

$= \dfrac{1}{2}r^2\left(\dfrac{1}{2}\operatorname{sen}2\theta\right)$ A1

$= \dfrac{r^2\operatorname{sen}2\theta}{4}$ AG

[4]

(c) $\text{A\^{E}B} + \text{B\^{E}C} + \text{C\^{E}D} = \pi$ M1

$\left(\dfrac{\pi}{2} - \theta\right) + \text{B\^{E}C} + \left(\dfrac{\pi}{2} - \theta\right) = \pi$ A1

$\pi - 2\theta + \text{B\^{E}C} = \pi$

$\text{B\^{E}C} = 2\theta$ AG

[2]

(d) ABCD es un cuadrado

$\therefore \text{AB} = 2\text{AE}$ — (M1) por enfoque válido

$r\cos\theta = 2r\operatorname{sen}\theta$

$\cos\theta - 2\operatorname{sen}\theta = 0$ — (A1) por ecuación correcta

Considerando la gráfica de $y = \cos\theta - 2\operatorname{sen}\theta$,

$\theta = 0{,}4636476$. — A1

El área del sector EBC

$= \frac{1}{2}r^2(2(0{,}4636476))$ — (A1) por sustitución

$= 0{,}4636476r^2$

$\therefore 0{,}4636476r^2 = k\left(\frac{r^2\operatorname{sen}2(0{,}4636476)}{4}\right)$ — M1A1

$k = 0{,}4636476\left(\frac{4}{\operatorname{sen}2(0{,}4636476)}\right)$

$k = 2{,}318238031$

$k = 2{,}32$ — A1

[7]

(e) $r^2\theta = 3\left(\frac{r^2\operatorname{sen}2\theta}{4}\right)$ — (A1) por ecuación correcta

$\theta - \frac{3}{4}\operatorname{sen}2\theta = 0$

Considerando la gráfica de $y = \theta - \frac{3}{4}\operatorname{sen}2\theta$,

$\theta = 0{,}7478908 \text{ rad}$.

$\therefore \theta = 0{,}748 \text{ rad}$ — A1

[2]