Solución de Práctica de Prueba 1 de AE NM Set 3

Sección A

1. (a) La ecuación del eje de simetría:

$x = -\frac{-20}{2(2)}$ (A1) por sustitución

$x = 5$ A1

[2]

(b) (i) 2 A1

(ii) 5 A1

(iii) $k = 2(5)^2 - 20(5) + 60$ (M1)(A1) por sustitución

$k = 10$ A1

[5]

2. (a) La diferencia común

$= 95 - 100$ (M1) por enfoque válido

$= -5$ A1

[2]

(b) El décimo quinto término

$= 100 + (15-1)(-5)$ (A1) por sustitución

$= 30$ A1

[2]

(c) La suma de los primeros 15 términos

$= \frac{15}{2}\left[2(100) + (15-1)(-5)\right]$ (A1) por sustitución

$= 975$ A1

[2]

3. (a) El gradiente de L_1 es 2. A1

El intercepto de L_1 con el eje y es -20. A1

[2]

(b) El gradiente de L_2 es $-\frac{1}{2}$. (A1) por valor correcto

La ecuación de L_2:

$y-(-20)=-\frac{1}{2}(x-0)$ A1

$y+20=-\frac{1}{2}x$

$2y+40=-x$

$x+2y+40=0$ A1

[3]

4. (a) (i) 4 A1

(ii) $\frac{1}{3}$ A1

(iii) -1 A1

[3]

(b) $\log_{27} x+\frac{8}{3}=\log_4 256+\log_{125} 5+\log_\pi \frac{1}{\pi}$

$\log_{27} x+\frac{8}{3}=4+\frac{1}{3}-1$ (M1) por sustitución

$\log_{27} x=\frac{2}{3}$

$x=27^{\frac{2}{3}}$ (A1) por enfoque correcto

$x=(3^3)^{\frac{2}{3}}$

$x=3^2$

$x=9$ A1

[3]

5. $\left(1-\frac{3}{4}x\right)^n(1+2nx)^3$

$=\left(1+\binom{n}{1}\left(-\frac{3}{4}x\right)+\cdots\right)\left(1+\binom{3}{1}(2nx)+\cdots\right)$ (M1) por expansión válida

$=\left(1+(n)\left(-\frac{3}{4}x\right)+\cdots\right)(1+(3)(2nx)+\cdots)$ (A1) por enfoque válido

$=\left(1-\frac{3}{4}nx+\cdots\right)(1+6nx+\cdots)$ A2

El coeficiente de x

$=(1)(6n)+\left(-\frac{3}{4}n\right)(1)$ (A1) por enfoque correcto

$=\frac{21}{4}n$

$\therefore \frac{21}{4}n=\frac{105}{4}$ (M1) por ecuación

$n=5$ A1

[7]

6. $-3\sqrt{3}\le f(x)\le 3\sqrt{3}$

$-3\sqrt{3}\le 6\,\mathrm{sen}\,2x\le 3\sqrt{3}$

$-\frac{\sqrt{3}}{2}\le \mathrm{sen}\,2x\le \frac{\sqrt{3}}{2}$ A1

$\therefore \mathrm{sen}\left(-\frac{\pi}{3}\right)\le \mathrm{sen}\,2x\le \mathrm{sen}\,\frac{\pi}{3}$,

$\mathrm{sen}\left(\pi-\frac{\pi}{3}\right)\le \mathrm{sen}\,2x\le \mathrm{sen}\left(\pi+\frac{\pi}{3}\right)$ o (A2) por rangos correctos

$\mathrm{sen}\left(2\pi-\frac{\pi}{3}\right)\le \mathrm{sen}\,2x\le \mathrm{sen}\left(2\pi+\frac{\pi}{3}\right)$

$-\frac{\pi}{3}\le 2x\le\frac{\pi}{3}$, $\frac{2\pi}{3}\le 2x\le\frac{4\pi}{3}$ o $\frac{5\pi}{3}\le 2x\le\frac{7\pi}{3}$ A1

$-\frac{\pi}{6}\le x\le\frac{\pi}{6}$, $\frac{\pi}{3}\le x\le\frac{2\pi}{3}$ o $\frac{5\pi}{6}\le x\le\frac{7\pi}{6}$ (M1) por enfoque válido

$\therefore 0\le x\le\frac{\pi}{6}$, $\frac{\pi}{3}\le x\le\frac{2\pi}{3}$ o $\frac{5\pi}{6}\le x\le\frac{7\pi}{6}$ A3

[8]

Sección B

7.	(a)	(i)	El número de niñas	
			$=35+45-50$	(M1) por enfoque válido
			$=30$	A1
		(ii)	5	A1
				[3]
	(b)	(i)	$\dfrac{9}{10}$	A1
		(ii)	La probabilidad requerida	
			$=\dfrac{30}{50}\div\dfrac{9}{10}$	(A1) por sustitución
			$=\dfrac{2}{3}$	A1
				[3]
	(c)		La probabilidad requerida	
			$=\left(\dfrac{5}{50}\right)\left(\dfrac{4}{49}\right)$	(M1) por enfoque válido
			$=\dfrac{2}{245}$	A1
				[2]
	(d)	(i)	$\mathrm{P}(G\cap V)=\dfrac{30}{50}$	A1
			$\because \mathrm{P}(G\cap V)\neq 0$	R1
			Por lo tanto, G y V no son mutuamente excluyentes.	AG
		(ii)	$\mathrm{P}(G)=\dfrac{35}{50}$	A1
			$\mathrm{P}(V)=\dfrac{45}{50}$	
			$\mathrm{P}(G)\cdot\mathrm{P}(V)=\dfrac{63}{100}$	A1
			$\because \mathrm{P}(G)\cdot\mathrm{P}(V)\neq\mathrm{P}(G\cap V)$	R1
			Por lo tanto, G y V no son independientes.	AG
				[5]

8.	(a)	$f''(x) = k(2x) - 12(1) - 0$	(A1) por derivadas correctas
		$f''(x) = 2kx - 12$	A1
			[2]
	(b)	$f''(1,5) = 0$	M1
		$\therefore 2k(1,5) - 12 = 0$	A1
		$3k = 12$	A1
		$k = 4$	AG
			[3]
	(c)	$f'(4) = 4(4)^2 - 12(4) - 40$	(M1) por sustitución
		$f'(4) = -24$	A1
		La pendiente de la normal	
		$= \frac{-1}{-24}$	(A1) por enfoque correcto
		$= \frac{1}{24}$	
		Le ecuación de la normal:	
		$y - \frac{13}{6} = \frac{1}{24}(x - 4)$	M1A1
		$y - \frac{13}{6} = \frac{1}{24}x - \frac{1}{6}$	
		$y = \frac{1}{24}x + 2$	A1
			[6]
	(d)	$f''(5) = 2(4)(5) - 12$	M1
		$f''(5) = 28$	A1
		$f''(5) > 0$	R1
		Luego, la gráfica de f tiene un mínimo local en $x = 5$.	AG
			[3]

9. (a) $g(x) - f(x) = 0$

$e^{\frac{1}{2}\sqrt{x}} - e^{\frac{1}{2}\sqrt{x}} \operatorname{sen}\left(\frac{\pi}{3}x\right) = 0$ (M1) por enfoque válido

$e^{\frac{1}{2}\sqrt{x}}\left(1 - \operatorname{sen}\left(\frac{\pi}{3}x\right)\right) = 0$

$1 - \operatorname{sen}\left(\frac{\pi}{3}x\right) = 0$

$\operatorname{sen}\left(\frac{\pi}{3}x\right) = 1$ A1

$\frac{\pi}{3}x = \frac{\pi}{2}$, $\frac{\pi}{3}x = \frac{5\pi}{2}$ o $\frac{\pi}{3}x = \frac{9\pi}{2}$ (A1) por valores correctos

$x = \frac{3}{2}$, $x = \frac{15}{2}$ o $x = \frac{27}{2}$ A3

[6]

(b) (i) $\frac{\pi}{3}x_n = \frac{\pi}{2} + (n-1)(2\pi)$ A1

$x_n = \frac{3}{2} + 6(n-1)$

$x_{n+1} - x_n$

$= \left(\frac{3}{2} + 6((n+1)-1)\right) - \left(\frac{3}{2} + 6(n-1)\right)$ M1

$x_{n+1} - x_n = \left(\frac{3}{2} + 6n\right) - \left(\frac{3}{2} + 6n - 6\right)$

$x_{n+1} - x_n = 6$ A1

Las diferencias entre cada par de términos consecutivos son iguales a 6. Por lo tanto, $x_1, x_2, x_3, \ldots$ es una progresión aritmética. AG

(ii) $x_n = \frac{3}{2} + 6n - 6$

$x_n = 6n - \frac{9}{2}$ A1

[4]

(c) Nótese que $x_2 = \frac{15}{2}$ y $x_3 = \frac{27}{2}$.

$f(x) = 0$

$e^{\frac{1}{2}\sqrt{x}} \operatorname{sen}\left(\frac{\pi}{3}x\right) = 0$ M1

$\operatorname{sen}\left(\frac{\pi}{3}x\right) = 0$

$\frac{\pi}{3}x = 3\pi$ o $\frac{\pi}{3}x = 4\pi$

$x = 9$ o $x = 12$ (A1) por valores correctos

$\therefore R = \int_{\frac{15}{2}}^{9}\left(e^{\frac{1}{2}\sqrt{x}} - e^{\frac{1}{2}\sqrt{x}} \operatorname{sen}\left(\frac{\pi}{3}x\right)\right)\mathrm{d}x + \int_{9}^{12} e^{\frac{1}{2}\sqrt{x}}\,\mathrm{d}x$

$+\int_{12}^{\frac{27}{2}}\left(e^{\frac{1}{2}\sqrt{x}} - e^{\frac{1}{2}\sqrt{x}} \operatorname{sen}\left(\frac{\pi}{3}x\right)\right)\mathrm{d}x$ A2

[4]