

Contenidos

Cuadernillo 0.1	Autores Prefacio Actualizaciones Contenidos Análisis de Prueba de Práctica Maneras de Usar Este Libro Habilidades de GDC
Cuadernillo 0.2	Lista de Fórmulas
Cuadernillo 1.1	Set 1 Prueba 1
Cuadernillo 1.2	Set 1 Prueba 2
Cuadernillo 2.1	Set 2 Prueba 1
Cuadernillo 2.2	Set 2 Prueba 2
Cuadernillo 3.1	Set 3 Prueba 1
Cuadernillo 3.2	Set 3 Prueba 2
Cuadernillo 4.1	Set 4 Prueba 1
Cuadernillo 4.2	Set 4 Prueba 2

La página de soluciones de este libro

<https://www.seprodstore.com/ibaaslpapermaterial-esp>

○



Análisis de Prueba de Práctica

	Prueba 1	Prueba 2
Puntuación Completa	80	80
Tiempo	90 Minutos	90 Minutos
Calculadora	No permitido	Necesaria
Sección A	6 Preguntas Breves	
Sección B	3 Preguntas Estructuradas	
Categorías	Categoría 1: Álgebra Categoría 2: Funciones Categoría 3: Geometría Categoría 4: Estadística Categoría 5: Cálculo	

Categorías	Temas	Rango de Puntuación	Porcentajes
Categoría 1: Álgebra	Notación Científica	17 a 25 Puntos	11% a 16%
	Progresiones Aritméticas		
	Progresiones Geométricas		
	Teorema del Binomio		
	Pruebas e Identidades		
Categoría 2: Funciones	Funciones Cuadráticas	25 a 29 Puntos	16% a 18%
	Funciones		
	Funciones Exp. y Log.		
	Geometría Coordinada		
Categoría 3: Geometría	Trigonometría	32 a 36 Puntos	20% a 23%
	Trigonometría 2-D		
	Áreas y Volúmenes		
Categoría 4: Estadística	Estadísticas	34 a 42 Puntos	21% a 26%
	Probabilidad		
	Distribuciones Discretas		
	Distribución Binomial		
	Distribución Normal		
	Análisis Bivariado		
Categoría 5: Cálculo	Diferenciación	36 a 44 Puntos	23% a 28%
	Aplis. de Diferenciación		
	Integración		
	Aplis. de Integración		

Lista de Fórmulas de Análisis y Enfoques Nivel Medio para las Matemáticas del PD del IB



Análisis y Enfoques Nivel Medio	Análisis y Enfoques Nivel Superior
Aplicaciones e Interpretación Nivel Medio	Aplicaciones e Interpretación Nivel Superior

1

Notación Científica

- ✓ Notación Científica:
Un número en la forma $(\pm)a \times 10^k$, donde $1 \leq a < 10$ y k es un número entero

2

Funciones Cuadráticas

- ✓ Forma general $y = ax^2 + bx + c$, donde $a \neq 0$:

$a > 0$	El gráfico se abre hacia arriba
$a < 0$	El gráfico se abre hacia abajo
c	Intersección con el eje y
$h = -\frac{b}{2a}$	Coordenada x del vértice
$k = ah^2 + bh + c$	Coordenada y del vértice
	Valor extremo de y
$x = h$	Ecuación del eje de simetría

- ✓ Otras formas:
 1. $y = a(x - h)^2 + k$: Forma vértice
 2. $y = a(x - p)(x - q)$: Forma factorizada con p y q , puntos de intersección con el eje x
- ✓ Resolver la ecuación cuadrática $ax^2 + bx + c = 0$, donde $a \neq 0$:
 1. Factorización por método cruzado
 2. $x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$: Fórmula cuadrática
 3. Método de completar el cuadrado

- ✓ El discriminante $\Delta = b^2 - 4ac$ de $ax^2 + bx + c = 0$:

$\Delta > 0$	La ecuación cuadrática tiene dos raíces reales distintas
$\Delta = 0$	La ecuación cuadrática tiene dos raíces iguales
$\Delta < 0$	La ecuación cuadrática no tiene raíces reales

- ✓ Las intersecciones con el eje x de la función cuadrática $y = ax^2 + bx + c$ son las raíces de la ecuación cuadrática correspondiente a $ax^2 + bx + c = 0$

3

Funciones

- ✓ La función $y = f(x)$:
1. $f(a)$: Valor funcional cuando $x = a$
 2. Conjunto de valores de x : Dominio
 3. Conjunto de valores de y : Recorrido
- ✓ $f \circ g(x) = f(g(x))$: Función compuesta cuando $g(x)$ se sustituye en $f(x)$
- ✓ Pasos para hallar la función inversa $y = f^{-1}(x)$ de $f(x)$:
1. Empiece por expresar y en términos de x
 2. Intercambie x e y
 3. Despeje y en términos de x
- ✓ Propiedades de $y = f^{-1}(x)$:
1. $f(f^{-1}(x)) = f^{-1}(f(x)) = x$
 2. La gráfica de $y = f^{-1}(x)$ es la reflexión de la gráfica de $y = f(x)$ sobre $y = x$

7

Teorema del Binomio

✓ Propiedades del n factorial $n!$:

1. $n! = n \times (n-1) \times (n-2) \times \dots \times 3 \times 2 \times 1$
2. $0! = 1$
3. $n! = n \times (n-1)!$

✓ Propiedades del coeficiente combinación $\binom{n}{r}$:

1. $\binom{n}{r} = \frac{n!}{r!(n-r)!}$
2. $\binom{n}{0} = \binom{n}{n} = 1$
3. $\binom{n}{1} = \binom{n}{n-1} = n$
4. $\binom{n}{r} = \binom{n}{n-r} = \frac{n(n-1) \dots (n-r+1)}{r!}$

✓ El teorema del binomio:

$$(a+b)^n = \binom{n}{0} a^n b^0 + \binom{n}{1} a^{n-1} b^1 + \binom{n}{2} a^{n-2} b^2 + \dots + \binom{n}{n-1} a^1 b^{n-1} + \binom{n}{n} a^0 b^n$$
$$= \sum_{r=0}^n \binom{n}{r} a^{n-r} b^r, \text{ donde el } (r+1)\text{-ésimo término} = \binom{n}{r} a^{n-r} b^r$$

8

Pruebas e Identidades

✓ Identidad de x : La equivalencia de dos expresiones para todos los valores de x
≡: Signo de identidad

9

Geometría Coordinada

- ✓ Considere los puntos $P(x_1, y_1)$ y $Q(x_2, y_2)$ en un plano $x - y$:
 1. $m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$: Pendiente de PQ
 2. $d = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$: Distancia entre P y Q
 3. $\left(\frac{x_1 + x_2}{2}, \frac{y_1 + y_2}{2}\right)$: El punto medio de PQ

- ✓ Formas de rectas con pendiente m e intersección con el eje y en c :
 1. $y = mx + c$: Forma pendiente-intersección
 2. $Ax + By + C = 0$: Forma general

- ✓ Formas de encontrar la intersección con el eje x y la intersección con el eje y de una recta:
 1. Sustituya $y = 0$ y haga que x sea el sujeto para encontrar la intersección con el eje x
 2. Sustituya $x = 0$ y haga que y sea el sujeto para encontrar la intersección con el eje y

10

Trigonometría

- ✓ Identidades trigonométricas:
 1. $\tan \theta \equiv \frac{\text{sen } \theta}{\text{cos } \theta}$
 2. $\text{sen}^2 \theta + \text{cos}^2 \theta \equiv 1$

- ✓ Fórmulas de ángulo doble:
 1. $\text{sen } 2\theta = 2 \text{sen } \theta \text{cos } \theta$
 2. $\text{cos } 2\theta = 2 \text{cos}^2 \theta - 1 = 1 - 2 \text{sen}^2 \theta = \text{cos}^2 \theta - \text{sen}^2 \theta$

Análisis y Enfoques Nivel Medio para las Matemáticas del PD del IB

Prueba de Práctica Set 1 – Prueba 1 (90 Minutos)

Libro de Preguntas – Respuestas

Instrucciones

- Esta prueba consta de **DOS** secciones: A y B.
- Conteste **TODAS** las preguntas. Escriba sus respuestas en los espacios provistos por este Libro de Preguntas - Respuestas.
- No se permite el uso de ninguna calculadora.
- Se le sugiere preparar un folleto de fórmulas de Análisis y Enfoques para las Matemáticas del PD del IB cuando intente responder las preguntas.
- Se entregarán las hojas de respuestas y papeles gráficos adicionales a pedido.
- Salvo que se indique lo contrario, **TODO** el trabajo debe mostrarse claramente.
- Salvo que se indique lo contrario en la pregunta, las respuestas numéricas deberán ser **EXACTAS** o aproximadas con **TRES CIFRAS SIGNIFICATIVAS**.
- Los diagramas de este documento **NO** están necesariamente dibujados a escala.
- Información que debe leerse antes de comenzar el examen:



	Solo para uso del Marcador	Solo para uso del Examinador	
Número de Pregunta	Puntos	Puntos	Puntuación Máxima
Sección A			
1			6
2			6
3			5
4			6
5			8
6			8
Sección A Total			39
Sección B			
7			15
8			14
9			12
Sección B Total			41
Total			
Prueba 1 Total			80

Análisis y Enfoques Nivel Medio para las Matemáticas del PD del IB

Prueba de Práctica Set 1 – Prueba 2 (90 Minutos)

Libro de Preguntas – Respuestas

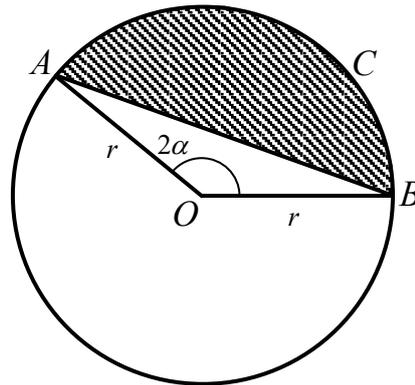
Instrucciones

- Esta prueba consta de **DOS** secciones: A y B.
- Conteste **TODAS** las preguntas. Escriba sus respuestas en los espacios provistos por este Libro de Preguntas - Respuestas.
- Es necesario usar una calculadora de pantalla gráfica.
- Se le sugiere preparar un folleto de fórmulas de Análisis y Enfoques para las Matemáticas del PD del IB cuando intente responder las preguntas.
- Se entregarán las hojas de respuestas y papeles gráficos adicionales a pedido.
- Salvo que se indique lo contrario, **TODO** el trabajo debe mostrarse claramente.
- Salvo que se indique lo contrario en la pregunta, las respuestas numéricas deberán ser **EXACTAS** o aproximadas con **TRES CIFRAS SIGNIFICATIVAS**.
- Los diagramas de este documento **NO** están necesariamente dibujados a escala.
- Información que debe leerse antes de comenzar el examen:



	Solo para uso del Marcador	Solo para uso del Examinador	
Número de Pregunta	Puntos	Puntos	Puntuación Máxima
Sección A			
1			6
2			7
3			7
4			7
5			6
6			7
Sección A Total			40
Sección B			
7			12
8			14
9			14
Sección B Total			40
Total			
Prueba 2 Total			80

9. Considere el siguiente círculo con centro en O y radio r .



Los puntos A , B y C están sobre la circunferencia tales que $\widehat{AOB} = 2\alpha$, $0 < \alpha < \frac{\pi}{2}$.

(a) Muestre que $AB = r\sqrt{2(1 - \cos 2\alpha)}$.

[2]

Sea P el perímetro de la región sombreada.

(b) Muestre que $P = 2r(\alpha + \sin \alpha)$.

[5]

Considere la función $f(\theta) = \theta + \sin \theta$, $0 < \theta < \frac{\pi}{2}$.

(c) Escriba el valor de θ cuando

(i) $f(\theta) - 2 = 0$;

(ii) $2f(\theta) - 3 = 0$.

[2]

(d) A partir de lo anterior, halle el rango de valores de α tal que P abarque entre 1,5 y 2 veces el diámetro del círculo.

[5]

Solución de Práctica de Prueba 1 de AE NM Set 1

Sección A

1. (a) $m + 0,2 = 0,6$ (M1) por enfoque válido
 $m = 0,4$ A1 [2]
- (b) $n + 0,4 + 0,2 + 0,1 = 1$ (A1) por sustitución
 $n = 0,3$ A1 [2]
- (c) $P(B') = 0,4 + 0,3$ (M1) por enfoque válido
 $P(B') = 0,7$ A1 [2]
2. (a) La media
 $= \frac{300}{15}$ (M1) por enfoque válido
 $= 20$ A1 [2]
- (b) (i) -40 A1 [2]
- (ii) La nueva varianza
 $= (-2)^2 (9)$ (M1) por enfoque válido
 $= 36$ A1
- (iii) 6 A1 [4]

3. (a) La pendiente de L_1

$$= \frac{32-0}{24-8}$$

$$= 2$$
 (M1) por enfoque válido
- La ecuación de L_1 :

$$y-0 = 2(x-8)$$
 A1

$$y = 2x-16$$

$$2x-y-16 = 0$$
 A1
- [3]
- (b) $2 \times -\frac{1}{-a} = -1$ (M1) por enfoque válido

$$2 = -a$$

$$a = -2$$
 A1
- [2]
4. (a) Lado izquierdo

$$= (2n+1)^2 + (2n+3)^2 + (2n+5)^2$$

$$= 4n^2 + 4n + 1 + 4n^2 + 12n + 9 + 4n^2 + 20n + 25$$
 M1A1

$$= 12n^2 + 36n + 35$$

$$= 12n^2 + 36n + 33 + 2$$
 M1

$$= 3(4n^2 + 12n + 11) + 2$$

$$= \text{Lado derecho}$$
 AG
- [3]
- (b) $2n+1$, $2n+3$ y $2n+5$ son tres números impares consecutivos. R1

$$(2n+1)^2 + (2n+3)^2 + (2n+5)^2$$
 A1

$$= 3(4n^2 + 12n + 11) + 2$$

 Además $3(4n^2 + 12n + 11)$ es múltiplo de 3. R1
 Luego, la suma de los cuadrados de tres números impares consecutivos cualesquiera es mayor que un múltiplo de 3 por 2. AG
- [3]

5. $f(x) = px^3 + qx^2 - 2x + 1$
 $f'(x) = p(3x^2) + q(2x) - 2(1) + 0$ (A1) por derivadas correctas
 $f'(x) = 3px^2 + 2qx - 2$
 $f'(1) = -1 \div -\frac{1}{15}$
 $\therefore 3p(1)^2 + 2q(1) - 2 = 15$ (M1) por ecuación
 $3p + 2q = 17$
 $2q = 17 - 3p$ A1
 $f^{-1}(41) = 2$
 $\therefore f(2) = 41$ (M1) por enfoque válido
 $p(2)^3 + q(2)^2 - 2(2) + 1 = 41$ A1
 $8p + 4q - 3 = 41$
 $\therefore 8p + 2(17 - 3p) - 3 = 41$ (M1) por sustitución
 $8p + 34 - 6p - 3 = 41$
 $2p = 10$
 $p = 5$ A1
 $\therefore q = \frac{17 - 3(5)}{2}$
 $q = 1$ A1

[8]

6. $kx^2 + (8+k)x - 1 = 0$ no tiene raíces reales.
 $\therefore \Delta < 0$ R1
 $b^2 - 4ac < 0$ (M1) por enfoque válido
 $(8+k)^2 - 4(k)(-1) < 0$ A1
 $64 + 16k + k^2 + 4k < 0$ (A1) por enfoque correcto
 $k^2 + 20k + 64 < 0$ (A1) por inecuación correcta
 $(k+16)(k+4) < 0$ (A1) por factorización
 $\therefore -16 < k < -4$ A2

[8]

Sección B

7. (a) $y = 20 - 4x$ A1 [1]
- (b) $V = (4x)(2x)(20 - 4x)$ (M1) por enfoque válido
 $V = 8x^2(20 - 4x)$
 $V = 160x^2 - 32x^3$ A1 [2]
- (c) $\frac{dV}{dx} = 160(2x) - 32(3x^2)$ (A1) por derivadas correctas
 $\frac{dV}{dx} = 320x - 96x^2$ A1 [2]
- (d) $\frac{dV}{dx} = 0$ (M1) por ecuación
 $\therefore 320x - 96x^2 = 0$ A1
 $32x(10 - 3x) = 0$ (A1) por factorización
 $x = 0$ (*Rechazada*) o $x = \frac{10}{3}$ A1
 Probando primera derivada, M1A1
- | | | | |
|-----------------|------------------------|--------------------|--------------------|
| x | $0 < x < \frac{10}{3}$ | $x = \frac{10}{3}$ | $x > \frac{10}{3}$ |
| $\frac{dV}{dx}$ | + | 0 | - |
- Por lo tanto, V alcanza su máximo en $x = \frac{10}{3}$. R1 [7]
- (e) El volumen máximo (M1) por sustitución
 $= 160\left(\frac{10}{3}\right)^2 - 32\left(\frac{10}{3}\right)^3$
 $= \frac{16000}{9} - \frac{32000}{27}$
 $= \frac{16000}{27} \text{ cm}^3$ A1 [2]
- (f) $\frac{20}{3} \text{ cm}$ A1 [1]

8. (a) (i) $\{y: 0 \leq y \leq 1, y \in \mathbb{R}\}$ A2
- (ii) $f(x) = 1$
 $\therefore \cos^4 x = 1$
 $\cos^2 x = -1$ (*Rechazada*) o $\cos^2 x = 1$ (M1) por enfoque válido
 $\cos x = -1$ o $\cos x = 1$ (A1) por valores correctos
 $x = \pi$ o $x = 0, x = 2\pi$ A1
 Por lo tanto, hay 3 soluciones. [5]
- (b) $f'(x) = (4 \cos^3 x)(-\text{sen } x)$ (A1) por regla de la cadena
 $f'(x) = -4 \text{sen } x \cos^3 x$ A1 [2]
- (c) El área de las regiones
 $= \int_0^\pi (\cos^4 x)(2 \text{sen } x) dx$ (A1) por integral definida
- Sea $u = \cos x$
 $\frac{du}{dx} = -\text{sen } x \Rightarrow (-1)du = \text{sen } x dx$
 $x = \pi \Rightarrow u = \cos \pi = -1$
 $x = 0 \Rightarrow u = \cos 0 = 1$
- $= \int_1^{-1} -2u^4 du$ M1A1
- $= \left[-\frac{2}{5} u^5 \right]_1^{-1}$ A1
- $= -\frac{2}{5} (-1)^5 - \left(-\frac{2}{5} (1)^5 \right)$ (M1) por sustitución
- $= \frac{4}{5}$ A1 [7]

9.	(a)	(i)	$a = \frac{37 - (-5)}{2}$	M1A1	
			$a = 21$	AG	
		(ii)	$b = \frac{2\pi}{2(11-2)}$	(M1) por enfoque válido	
			$b = \frac{\pi}{9}$	A1	
	(iii)	$d = \frac{37 + (-5)}{2}$	(M1) por enfoque válido		
		$d = 16$	A1		
	(iv)	$c = -2,5$	A1		[7]
	(b)	Las coordenadas de P'			
		$= (3(2) + 17, 37 + 8)$	A1		
		$= (23, 45)$	A1		
	(c)	Translación de $\begin{pmatrix} -12 \\ -20 \end{pmatrix}$ seguida de un	A2		[2]
		estiramiento horizontal del factor de escala $\frac{1}{3}$	A1		
					[3]