# Solución de Práctica de Prueba 1 de AE NM Set 1

## Sección A

**1.** (a) $m+0,2=0,6$ (M1) por enfoque válido

$m=0,4$ A1

[2]

(b) $n+0,4+0,2+0,1=1$ (A1) por sustitución

$n=0,3$ A1

[2]

(c) $\mathrm{P}(B')=0,4+0,3$ (M1) por enfoque válido

$\mathrm{P}(B')=0,7$ A1

[2]

**2.** (a) La media

$=\dfrac{300}{15}$ (M1) por enfoque válido

$=20$ A1

[2]

(b) (i) $-40$ A1

(ii) La nueva varianza

$=(-2)^2(9)$ (M1) por enfoque válido

$=36$ A1

(iii) $6$ A1

[4]

**3.** (a) La pendiente de $L_1$

$= \dfrac{32-0}{24-8}$ (M1) por enfoque válido

$= 2$

La ecuación de $L_1$:

$y-0=2(x-8)$ A1

$y=2x-16$

$2x-y-16=0$ A1

[3]

(b) $2\times-\dfrac{1}{-a}=-1$ (M1) por enfoque válido

$2=-a$

$a=-2$ A1

[2]

**4.** (a) Lado izquierdo

$=(2n+1)^2+(2n+3)^2+(2n+5)^2$

$=4n^2+4n+1+4n^2+12n+9+4n^2+20n+25$ M1A1

$=12n^2+36n+35$

$=12n^2+36n+33+2$ M1

$=3(4n^2+12n+11)+2$

$=$Lado derecho AG

[3]

(b) $2n+1$, $2n+3$ y $2n+5$ son tres números impares consecutivos. R1

$(2n+1)^2+(2n+3)^2+(2n+5)^2$

$=3(4n^2+12n+11)+2$ A1

Además $3(4n^2+12n+11)$ es múltiplo de $3$. R1

Luego, la suma de los cuadrados de tres números impares consecutivos cualesquiera es mayor que un múltiplo de $3$ por $2$. AG

[3]

**5.** $f(x) = px^3 + qx^2 - 2x + 1$

$f'(x) = p(3x^2) + q(2x) - 2(1) + 0$ (A1) por derivadas correctas

$f'(x) = 3px^2 + 2qx - 2$

$f'(1) = -1 \div -\dfrac{1}{15}$

$\therefore 3p(1)^2 + 2q(1) - 2 = 15$ (M1) por ecuación

$3p + 2q = 17$

$2q = 17 - 3p$ A1

$f^{-1}(41) = 2$

$\therefore f(2) = 41$ (M1) por enfoque válido

$p(2)^3 + q(2)^2 - 2(2) + 1 = 41$ A1

$8p + 4q - 3 = 41$

$\therefore 8p + 2(17 - 3p) - 3 = 41$ (M1) por sustitución

$8p + 34 - 6p - 3 = 41$

$2p = 10$

$p = 5$ A1

$\therefore q = \dfrac{17 - 3(5)}{2}$

$q = 1$ A1

[8]

**6.** $kx^2 + (8+k)x - 1 = 0$ no tiene raíces reales.

$\therefore \Delta < 0$ R1

$b^2 - 4ac < 0$ (M1) por enfoque válido

$(8+k)^2 - 4(k)(-1) < 0$ A1

$64 + 16k + k^2 + 4k < 0$ (A1) por enfoque correcto

$k^2 + 20k + 64 < 0$ (A1) por inecuación correcta

$(k+16)(k+4) < 0$ (A1) por factorización

$\therefore -16 < k < -4$ A2

[8]

## Sección B

**7.** (a) $y = 20 - 4x$ A1

[1]

(b) $V = (4x)(2x)(20 - 4x)$ (M1) por enfoque válido

$V = 8x^2(20 - 4x)$

$V = 160x^2 - 32x^3$ A1

[2]

(c) $\frac{dV}{dx} = 160(2x) - 32(3x^2)$ (A1) por derivadas correctas

$\frac{dV}{dx} = 320x - 96x^2$ A1

[2]

(d) $\frac{dV}{dx} = 0$ (M1) por ecuación

$\therefore 320x - 96x^2 = 0$ A1

$32x(10 - 3x) = 0$ (A1) por factorización

$x = 0$ (*Rechazada*) o $x = \frac{10}{3}$ A1

Probando primera derivada, M1A1

| $x$ | $0 < x < \frac{10}{3}$ | $x = \frac{10}{3}$ | $x > \frac{10}{3}$ |
|---|---|---|---|
| $\frac{dV}{dx}$ | $+$ | 0 | $-$ |

Por lo tanto, $V$ alcanza su máximo en $x = \frac{10}{3}$. R1

[7]

(e) El volumen máximo

$= 160\left(\frac{10}{3}\right)^2 - 32\left(\frac{10}{3}\right)^3$ (M1) por sustitución

$= \frac{16000}{9} - \frac{32000}{27}$

$= \frac{16000}{27}\ \text{cm}^3$ A1

[2]

(f) $\frac{20}{3}\ \text{cm}$ A1

[1]

**8.** (a) (i) $\{y : 0 \le y \le 1, y \in \mathbb{R}\}$ A2

(ii) $f(x) = 1$

$\therefore \cos^4 x = 1$

$\cos^2 x = -1$ (*Rechazada*) o $\cos^2 x = 1$ (M1) por enfoque válido

$\cos x = -1$ o $\cos x = 1$

$x = \pi$ o $x = 0$, $x = 2\pi$ (A1) por valores correctos

Por lo tanto, hay $3$ soluciones. A1

[5]

(b) $f'(x) = (4\cos^3 x)(-\operatorname{sen} x)$ (A1) por regla de la cadena

$f'(x) = -4\operatorname{sen} x \cos^3 x$ A1

[2]

(c) El área de las regiones

$= \int_0^{\pi} (\cos^4 x)(2\operatorname{sen} x)\mathrm{d}x$ (A1) por integral definida

$$\boxed{\begin{array}{l} \text{Sea } u = \cos x \\ \dfrac{\mathrm{d}u}{\mathrm{d}x} = -\operatorname{sen} x \Rightarrow (-1)\mathrm{d}u = \operatorname{sen} x\mathrm{d}x \\ x = \pi \Rightarrow u = \cos\pi = -1 \\ x = 0 \Rightarrow u = \cos 0 = 1 \end{array}}$$

(A1) por sustitución

$= \int_1^{-1} -2u^4 \mathrm{d}u$ M1A1

$= \left[-\frac{2}{5}u^5\right]_1^{-1}$ A1

$= -\frac{2}{5}(-1)^5 - \left(-\frac{2}{5}(1)^5\right)$ (M1) por sustitución

$= \frac{4}{5}$ A1

[7]

**9.** (a) (i) $a = \frac{37-(-5)}{2}$ M1A1

$a = 21$ AG

(ii) $b = \frac{2\pi}{2(11-2)}$ (M1) por enfoque válido

$b = \frac{\pi}{9}$ A1

(iii) $d = \frac{37+(-5)}{2}$ (M1) por enfoque válido

$d = 16$ A1

(iv) $c = -2{,}5$ A1

[7]

(b) Las coordenadas de $\mathrm{P}'$

$= (3(2)+17, 37+8)$ A1

$= (23, 45)$ A1

[2]

(c) Translación de $\begin{pmatrix} -12 \\ -20 \end{pmatrix}$ seguida de un A2

estiramiento horizontal del factor de escala $\frac{1}{3}$ A1

[3]