Solución de Práctica de Prueba 2 de AE NM Set 1

Sección A

1. (a) $y = 3x + 7$

$\Rightarrow x = 3y + 7$ (A1) por enfoque correcto

$3y = x - 7$

$y = \dfrac{x-7}{3}$

$\therefore f^{-1}(x) = \dfrac{x-7}{3}$ A1

[2]

(b) $(f \circ g)(x)$

$= 3g(x) + 7$ (A1) por sustitución

$= 3(2\sqrt{x}) + 7$

$= 6\sqrt{x} + 7$ A1

[2]

(c) $(f \circ g)(529)$

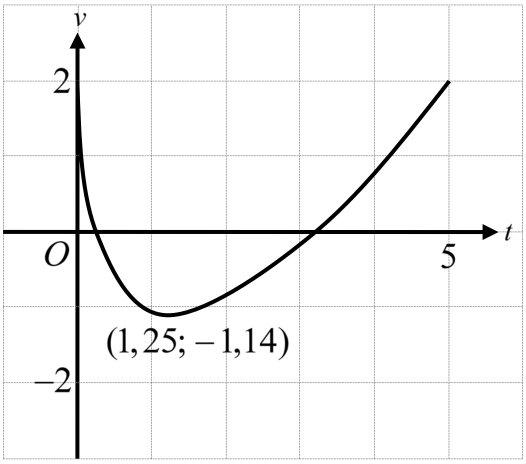
$= 6\sqrt{529} + 7$ (M1) por sustitución

$= 145$ A1

[2]

2. (a) Por una aproximación correcta de la figura A1
Por punto mínimo correcto A1
Por aproximación correcta de los puntos finales A1

[3]



(b) (i) $d = \int_0^5 \left| v(t) \right| \mathrm{d}t$ (M2) por enfoque válido

$d = \int_0^5 \left| 2.5t - 5.6\sqrt{t} + 2 \right| \mathrm{d}t$ A1

(ii) $d = 4{,}084252067 \text{ m}$

$d = 4{,}08 \text{ m}$ A1

[4]

3. (a) El volúmen

$= \frac{1}{3}\pi r^2 h$ (M1) por enfoque válido

$= \frac{1}{3}\pi (18)^2 (18)$

$= 6107{,}256119$ (A1) por valor correcto

$= 6110$

$= 6{,}11 \times 10^3 \text{ cm}^3$ A1

[3]

(b) $V = 27\left(\frac{2}{3}\pi R^3\right)$ (M1) por ecuación

$16(6107{,}256119) = 18\pi R^3$ (A1) por sustitución

$R^3 = 1728$

$R = 12$ A1

El radio

$= 18:12$

$= 3:2$ A1

[4]

4. (a) $r = \frac{5,4}{4,5}$ (M1) por enfoque válido

$r = 1,2$ A1

[2]

(b) $S_{12} = \frac{4,5(1,2^{12} - 1)}{1,2 - 1}$ (A1) por sustitución

$S_{12} = 178,1122601$

$S_{12} = 178$ A1

[2]

(c) $u_n < 678$

$4,5 \cdot 1,2^{n-1} < 678$

$4,5 \cdot 1,2^{n-1} - 678 < 0$ (M1) por enfoque válido

Considerando la gráfica de $y = 4,5 \cdot 1,2^{n-1} - 678$,

$n < 28,50673$. A1

Por lo tanto, el mayor valor de n es 28. A1

[3]

5. El término general

$= 2ax \binom{17}{r} (1)^{17-r} (3ax^2)^r$ (M1) por desarrollo válido

$= 2\binom{17}{r} 3^r a^{r+1} x^{2r+1}$

$2r + 1 = 9$ (A1) por ecuación correcta

$2r = 8$

$r = 4$ (A1) por valor correcto

El término requerido

$= 2\binom{17}{4} 3^4 a^{4+1} x^{2(4)+1}$

$= 385560a^5 x^9$ (A1) por término correcto

$385560a^5 = -385560$ (M1) por ecuación

$a^5 = -1$

$a = -1$ A1

[6]

6. (a) $20P_1 - 17P_0 = 0$

$\therefore 20(P_0 e^{k(1)}) - 17P_0 = 0$ A1

$20e^k - 17 = 0$

$e^k = 0,85$ M1

$k = \ln 0,85$ AG

[2]

(b) $\frac{P_t}{P_0} \leq 0,5$

$\therefore \frac{P_0 e^{(\ln 0,85)t}}{P_0} \leq 0,5$ (A1) por inecuación correcta

$e^{(\ln 0,85)t} \leq 0,5$ (A1) por enfoque correcto

$(\ln 0,85)t \leq \ln 0,5$

$(\ln 0,85)t - \ln 0,5 \leq 0$ A1

Considerando la gráfica de
$y = (\ln 0,85)t - \ln 0,5$, $t \geq 4,2650243$. (M1) por enfoque válido

Por lo tanto, el menor número de años enteros
es 43. A1

[5]

Sección B

7.	(a)	$a = -0{,}176$	A1	
		$b = 15260$	A1	
				[2]
	(b)	El costo estimado del seguro		
		$= -0{,}176(32500) + 15260$	(A1) por sustitución	
		$= 9540\$$	A1	
				[2]
	(c)	El costo del seguro		
		$= 9540 \times (1 - 2{,}5\%)^4$	(M1)(A1) por enfoque válido	
		$= 9540 \times 0{,}975^4$	(A1) por simplificación	
		$= 8621{,}182477\$$		
		$= 8620\$$	A1	
				[4]
	(d)	$9540 \times (1 - 2{,}5\%)^t = 6500$	(M1) por ecuación	
		$9540 \times 0{,}975^t - 6500 = 0$	(A1) por simplificación	
		Considerando la gráfica de		
		$y = 9540 \times 0{,}975^t - 6500$, $t = 15{,}154997$.	(A1) por valor correcto	
		Por lo tanto, el año es 2036.	A1	
				[4]

8. (a) La probabilidad requerida

$= \mathrm{P}(T \le 24)$ (M1) por enfoque válido

$= 0{,}9452007106$

$= 0{,}945$ A1

[2]

(b) $\mathrm{P}(U \le 48) = 0{,}99494$

$\mathrm{P}\left(Z \le \dfrac{48-\mu}{7}\right) = 0{,}99494$ (M1) por estandarización

$\dfrac{48-\mu}{7} = 2{,}571701859$ A1

$48-\mu = 18{,}00191301$

$\mu = 29{,}99808699$

$\mu = 30{,}0$ A1

[3]

(c) La probabilidad requerida

$= \mathrm{P}(U \le 36)$ R1

$= 0{,}8043925789$ A1

Por lo tanto, para todos los autobuses que salen a las $8:24\ \mathrm{am}$, 80.439% de ellos llegarán a tiempo a la escuela. AG

[2]

(d) La probabilidad requerida

$= 1 - \mathrm{P}(T \le 12)\mathrm{P}(U \le 48)$
$- \mathrm{P}(12 < T \le 24)\mathrm{P}(U \le 36)$ M1A1

$= 1 - (0{,}2118553337)(0{,}99494)$
$-(0{,}7333453769)(0{,}80439)$ (A2) por valores correctos

$= 0{,}1993209666$

$= 0{,}199$ A1

[5]

(e) El número esperado

$= (20)(0{,}1993209666)$ (A1) por fórmula correcta

$= 3{,}986419331$

$= 3{,}99$ A1

[2]

9. (a) $\mathrm{AB}^2 = r^2 + r^2 - 2(r)(r)\cos 2\alpha$ A1

$\mathrm{AB}^2 = 2r^2 - 2r^2 \cos 2\alpha$

$\mathrm{AB} = \sqrt{2r^2 - 2r^2 \cos 2\alpha}$ A1

$\mathrm{AB} = \sqrt{2r^2(1-\cos 2\alpha)}$

$\mathrm{AB} = r\sqrt{2(1-\cos 2\alpha)}$ AG

[2]

(b) La longitud del arco ACB

$= (r)(2\alpha)$ A1

$= 2r\alpha$

$\therefore P$

$= 2r\alpha + r\sqrt{2(1-\cos 2\alpha)}$ M1

$= 2r\alpha + r\sqrt{2(1-(1-2\,\mathrm{sen}^2\alpha))}$ A1

$= 2r\alpha + r\sqrt{2(2\,\mathrm{sen}^2\alpha)}$ A1

$= 2r\alpha + r\sqrt{4\,\mathrm{sen}^2\alpha}$

$= 2r\alpha + 2r\,\mathrm{sen}\,\alpha$ A1

$= 2r(\alpha + \mathrm{sen}\,\alpha)$ AG

[5]

(c) (i) $\theta = 1{,}1060602$

$\theta = 1{,}11$ A1

(ii) $\theta = 0{,}7897927$

$\theta = 0{,}790$ A1

[2]

(d) $1{,}5(2r) < P < 2(2r)$ M1A1

$\therefore 1{,}5(2r) < 2r(\alpha + \mathrm{sen}\,\alpha) < 2(2r)$

$1{,}5 < \alpha + \mathrm{sen}\,\alpha < 2$ (A1) for inecuación correcta

$1{,}5 < f(\alpha) < 2$

Usando (c), $0{,}7897927 < \alpha < 1{,}1060602$. (M1) por enfoque válido

$\therefore 0{,}790 < \alpha < 1{,}11$ A1

[5]